Echappement à ancre suisse à repos équidistants

Percussions en fin de chute de la roue (ancre fixe contre butée)

Calibre 11 1/2''' - seconde au centre - automatique - balancier à vis

Référence :E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - I_entrée - transmission roue - ancre.mcd(R)

Référence :E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - I_entrée - transmission ancre - balancier.mcd(R)

$T_0 = 0.4\ s$ $\quad f = 2.5\ s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 20\,mg\cdot cm^2$ $\quad \theta_0 = 270\,deg$ $\quad \varepsilon_c := 0.65$

Positions angulaires et vitesses en fin d'impulsion d'entrée

$t_{fie} := 0.30531s$

Balancier $\quad \theta_{fie} := 21.768\cdot deg$ $\quad \omega b_{fie} := 74.91\cdot s^{-1}$

Ancre $\quad \psi_{fie} := 11.5\cdot deg$ $\quad \omega a_{fie} := \kappa_{ie}(\psi_{fie})\cdot\omega b_{fie}$ $\quad \omega a_{fie} = 17.191\ s^{-1}$

Roue d'échappement $\quad \alpha_{fie} := -19.5\cdot deg$ $\quad \omega r_{fie} := K_{ied}(\psi_{fie})\cdot\omega a_{fie}$ $\quad \omega r_{fie} = 19.801\ s^{-1}$

$C_B = 10.019\,N\cdot mm$ $\quad \rho_0 = 4.38\times10^3$ $\quad C_r := \dfrac{C_B}{\rho_0}$ $\quad C_r = 2.287\times10^{-6}\ m^2\cdot kg\cdot s^{-2}$

$J_R := J_{rouage}$ $\quad J_r = 0.593\,mg\cdot cm^2$ $\quad acc_r := \dfrac{C_r}{J_R}$ $\quad acc_r = 3.801\times10^4\ s^{-2}$

Mouvement de l'ancre et durée entre la fin de l'impulsion et le contact avec la butée

Cas de l'ancre sans frottements $\quad ms := 10^{-3}\cdot s$

$\psi_a(\tau) := \omega a_{fie}\cdot\tau + \psi_{fie}$ $\quad \Delta\tau_a := \dfrac{\lambda_a - \psi_{fie}}{\omega a_{fie}}$ $\quad \Delta\tau_a = 0.508\,ms$

Equation différentielle de l'ancre libre $\quad n := 100$ $\quad i := 0..n$

Coefficients de frottements admis à titre d'exemple $\quad f_a := 10^{-7}\cdot N\cdot m$ $\quad c_a := 10^{-9}\cdot N\cdot m\cdot s$

$$\mathbf{Da_l}(t,\psi) := \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \dfrac{s^2}{J_a}\cdot\left(-c_a\cdot\dfrac{\psi_1}{s} - f_a\cdot\dfrac{\psi_1}{|\psi_1|}\right)\end{bmatrix}$$

Inertie de l'ancre (estimation) $\quad J_a = 0.2\,mg\cdot cm^2$

$\psi := \begin{pmatrix}\psi_{fie}\\ \omega a_{fie}\cdot s\end{pmatrix}$ $\quad \psi = \begin{pmatrix}0.201\\17.191\end{pmatrix}$ $\quad \mathbf{Z} := rkfixe\left(\psi, 0, 1.5\cdot\Delta\tau_a\cdot s^{-1}, n, \mathbf{Da_l}\right)$ $\quad t_i := \mathbf{Z}_{i,0}\cdot s$

$\psi_i := \mathbf{Z}_{i,1}$ $\quad CS\psi := cspline(t,\psi)$ $\quad \psi(\tau) := interp(CS\psi, t, \psi, \tau)$ $\quad \omega a(\tau) := \dfrac{d}{d\tau}\psi(\tau)$

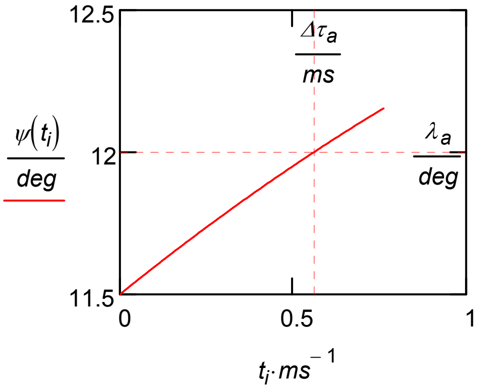
Durée entre la fin de l'impulsion et le choc fourchette - butée $\quad$ itération

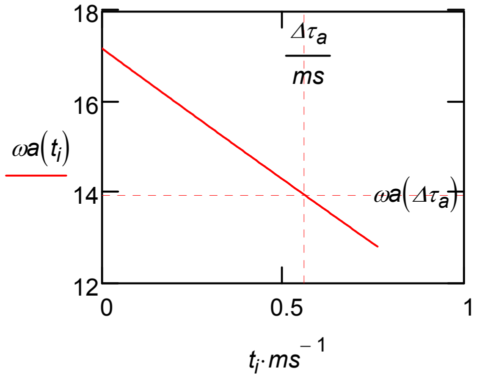
$\tau := \Delta\tau_a$ $\quad t_{ch}(\tau) := racine\left(\psi(\tau) - \lambda_a, \tau\right)$ $\quad \tau := t_{ch}(\tau)$ $\quad \tau := t_{ch}(\tau)$ $\quad \Delta\tau_a := t_{ch}(\tau)$ $\quad \Delta\tau_a = 0.56072\,ms$

Vitesse angulaire de contact de la fourchette contre la butée

$\psi(\Delta\tau_a) = 12\,deg$ $\quad \omega a(\Delta\tau_a) = 13.951\ s^{-1}$

Il y aura percussion entre la fourchette et la butée





Percussions bec de dent contre plan de repos de la palette de sortie

Déplacement de la roue entre la fin de l'impulsion et le premier choc de chute (on admet que l'ancre est appuyée contre sa butée)

Mouvement de la roue avant le premier choc $\alpha_{ch}(\tau) := \alpha_{fie} + \omega r_{fie} \cdot \tau + \frac{1}{2} \cdot acc_r \cdot \tau^2$ $\omega r_{ch}(\tau) := \omega r_{fie} + acc_r \cdot \tau$

Position de la roue au moment du premier choc $\Delta\alpha_{ch} := 1.5 \cdot deg$ $\alpha_{cdp} := \alpha_{fie} + \Delta\alpha_{ch}$ $\alpha_{cdp} = -18\,deg$

Instant du premier choc $j := 0$ $\Delta\tau_{cdp_j} := \frac{J_R}{C_r} \cdot \left(\sqrt{\omega r_{fie}^2 + acc_r \cdot 2 \cdot \Delta\alpha_{ch}} - \omega r_{fie}\right)$ $\Delta\tau_{cdp_j} = 0.763\,ms$

$t_{cdp_j} := t_{fie} + \Delta\tau_{cdp_j}$ $t_{cdp_j} = 0.30607\ s$

Un ou plusieurs chocs fourchette - butée sont possibles avant que la roue n'atteigne la palette de sortie de l'ancre: $\Delta\tau_{cdp_0} = 0.763\,ms$ $\Delta\tau_a = 0.561\,ms$

$\psi_{cdp_j} := \psi\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right)$ $\psi_{cdp_j} = 12.155\,deg$ $\lambda_a - \psi_{cdp_j} = -0.155\,deg$

On remarque toutefois que l'ancre est très proche de sa butée lorsque la dent de roue atteint la palette de sortie et ceci d'autant plus que les frottements sur l'ancre sont importants.

Positions et vitesses de la roue et de l'ancre juste avant le premier choc

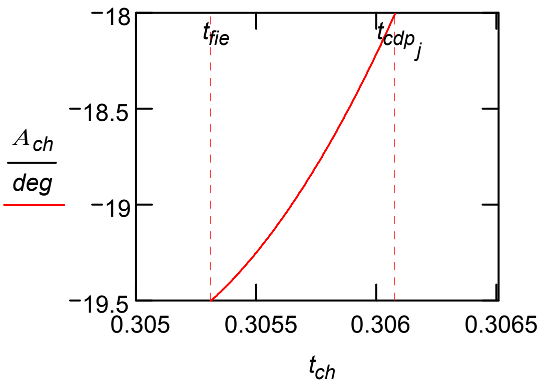
$\alpha_{cdp_j} := \alpha_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right)$ $\alpha_{cdp_j} = -18\,deg$ $\psi_{cdp} := \lambda_a$ $\psi_{cdp} = 12\,deg$

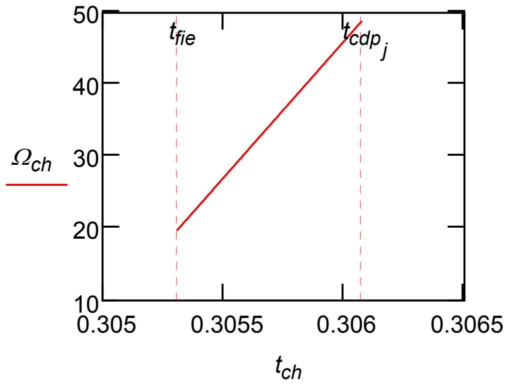
$\omega r_{cdp_j} := \omega r_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right)$ $\omega r_{cdp_j} = 48.807\ s^{-1}$ $\omega a_{cdp} := 0 \cdot s^{-1}$

Déplacement de la roue d'échappement avant le premier choc

$\delta t := \frac{\Delta\tau_{cdp_j}}{n}$ $\tau_i := i \cdot \delta t$ $T_{i,j} := t_{fie} + \tau_i$ $t_{ch} := T^{\langle 0 \rangle}$

$A_{i,j} := \alpha_{ch}(\tau_i)$ $A_{ch} := A^{\langle 0 \rangle}$ $\Omega_{i,j} := \omega r_{ch}(\tau_i)$ $\Omega_{ch} := \Omega^{\langle 0 \rangle}$





Chocs dent - palette d'entrée

Formule de choc pour ancre fixe contre sa butée $\quad \omega r'(\omega r_{ch}) := -\varepsilon_c \cdot \omega r_{ch}$

Premier choc $\quad \omega r'_{cdp_j} := \omega r'\left(\omega r_{cdp_j}\right) \qquad \omega r'_{cdp_j} = -31.724\ s^{-1}$

Evolution près le premier choc $\quad \alpha_{ch}(\tau) := \alpha_{cdp_j} + \omega r'_{cdp_j} \cdot \tau + \frac{1}{2} \cdot acc_r \cdot \tau^2 \qquad \omega r_{ch}(\tau) := \omega r'_{cdp_j} + acc_r \cdot \tau$

Instant du deuxième choc $\quad j := j + 1 \qquad \Delta\tau_{cdp_j} := -2 \cdot \frac{J_R}{C_r} \cdot \omega r'_{cdp_{j-1}} \qquad \Delta\tau_{cdp_j} = 1.669\ ms$

$$t_{cdp_j} := t_{cdp_{j-1}} + \Delta\tau_{cdp_j} \qquad t_{cdp_j} = 0.30774\ s$$

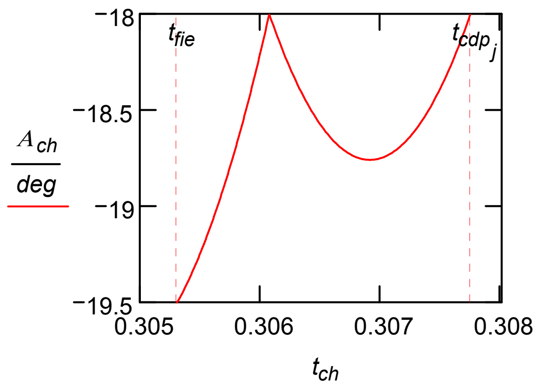
Positions et vitesses juste avant le deuxième choc

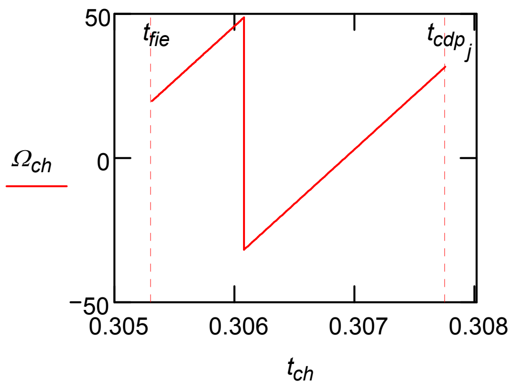
$$\alpha_{cdp_j} := \alpha_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right) \qquad \alpha_{cdp_j} = -18\ deg \qquad \psi_{cdp} := \lambda_a \qquad \psi_{cdp} = 12\ deg \qquad \delta t := \frac{\Delta\tau_{cdp_j}}{n}$$

$$\omega r_{cdp_j} := \omega r_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right) \qquad \omega r_{cdp_j} = 31.724\ s^{-1} \qquad \omega a_{cdp} := 0 \cdot s^{-1}$$

$$\tau_i := i \cdot \delta t \qquad T_{i,j} := t_{cdp_{j-1}} + \tau_i \qquad t_{ch} := pile\left(t_{ch}, T^{\langle j \rangle}\right)$$

$$A_{i,j} := \alpha_{ch}(\tau_i) \qquad A_{ch} := pile\left(A_{ch}, A^{\langle j \rangle}\right) \qquad \Omega_{i,j} := \omega r_{ch}(\tau_i) \qquad \Omega_{ch} := pile\left(\Omega_{ch}, \Omega^{\langle j \rangle}\right)$$





Rebond maximum de la roue $\quad \tau_{rm} := \frac{-\omega r'_{cdp_{j-1}}}{acc_r} \qquad \tau_{rm} = 0.835\ ms \qquad \alpha_{ch}(\tau_{rm}) - \alpha_{cdp_{j-1}} = -0.759\ deg$

Deuxième choc $\quad \omega r'_{cdp_j} := \omega r'\left(\omega r_{cdp_j}\right) \qquad \omega r'_{cdp_j} = -20.621\ s^{-1}$

Evolution près le deuxième choc $\quad \alpha_{ch}(\tau) := \alpha_{cdp_j} + \omega r'_{cdp_j} \cdot \tau + \frac{1}{2} \cdot acc_r \cdot \tau^2 \qquad \omega r_{ch}(\tau) := \omega r'_{cdp_j} + acc_r \cdot \tau$

Instant du deuxième choc $\quad j := j + 1 \qquad \Delta\tau_{cdp_j} := -2 \cdot \frac{J_R}{C_r} \cdot \omega r'_{cdp_{j-1}} \qquad \Delta\tau_{cdp_j} = 1.085\ ms$

$$t_{cdp_j} := t_{cdp_{j-1}} + \Delta\tau_{cdp_j} \qquad t_{cdp_j} = 0.30883\ s$$

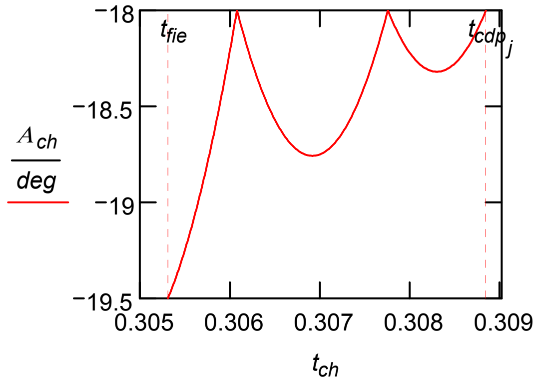
Positions et vitesses juste avant le troisième choc

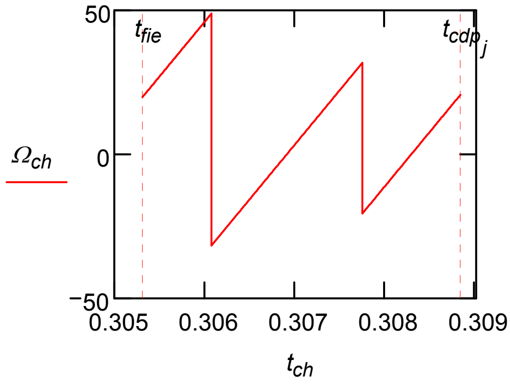
$$\alpha_{cdp_j} := \alpha_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right) \qquad \alpha_{cdp_j} = -18\ deg \qquad \psi_{cdp} := \lambda_a \qquad \psi_{cdp} = 12\ deg \qquad \delta t := \frac{\Delta\tau_{cdp_j}}{n}$$

$$\omega r_{cdp_j} := \omega r_{ch}\left(\Delta\tau_{cdp_j}\right) \qquad \omega r_{cdp_j} = 20.621\ s^{-1} \qquad \omega a_{cdp} := 0 \cdot s^{-1}$$

$$\tau_i := i \cdot \delta t \qquad T_{i,j} := t_{cdp_{j-1}} + \tau_i \qquad t_{ch} := pile\left(t_{ch}, T^{\langle j \rangle}\right)$$

$$A_{i,j} := \alpha_{ch}(\tau_i) \qquad A_{ch} := pile\left(A_{ch}, A^{\langle j \rangle}\right) \qquad \Omega_{i,j} := \omega r_{ch}(\tau_i) \qquad \Omega_{ch} := pile\left(\Omega_{ch}, \Omega^{\langle j \rangle}\right)$$





Troisième choc $\qquad \omega r'_{cdp_j} := \omega r'\left(\omega r_{cdp_j}\right) \qquad \omega r'_{cdp_j} = -13.404\ s^{-1}$

Durée des chocs

$\omega r_{cdp} = \begin{pmatrix} 48.807 \\ 31.724 \\ 20.621 \end{pmatrix} s^{-1} \qquad \omega r'_{cdp} = \begin{pmatrix} -31.724 \\ -20.621 \\ -13.404 \end{pmatrix} s^{-1} \qquad t_{cdp} = \begin{pmatrix} 0.306 \\ 0.308 \\ 0.309 \end{pmatrix} s \qquad \Delta\tau_{cdp} = \begin{pmatrix} 0.763 \\ 1.669 \\ 1.085 \end{pmatrix} ms$

$\Delta t_{nc}(nc) := \frac{2 \cdot J_R}{C_r} \cdot \omega r_{cdp_0} \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot \left(1 - \varepsilon_c^{\,nc}\right)}{1 - \varepsilon_c} \qquad \Delta t_{nc}(1) = 1.669\,ms \qquad \Delta t_{nc}(2) = 2.755\,ms$

$\Delta t_{asymp} := \frac{2 \cdot J_R}{C_r} \cdot \omega r_{cdp_0} \cdot \frac{\varepsilon_c}{1 - \varepsilon_c} \qquad \Delta t_{asymp} = 4.77\,ms$

$t_{fch} := t_{fie} + \Delta\tau_{cdp_0} + \Delta t_{asymp} \qquad t_{fch} = 310.843\,ms \qquad T_0 = 0.4\ s$

Energie dissipée par les percussions de chute

$n_c := j + 1 \qquad j := 0 .. n_c - 1$

$\Delta E_{cdp_j} := \frac{-1}{2} \cdot J_R \cdot \left(\omega r_{cdp_0}\right)^2 \cdot \left(1 - \varepsilon_c^{\,2}\right) \cdot \varepsilon_c^{\,2 \cdot j} \qquad \Delta E_{cdp} = \begin{pmatrix} -4.14 \times 10^{-8} \\ -1.749 \times 10^{-8} \\ -7.39 \times 10^{-9} \end{pmatrix} joule$

$\Delta E_{ch} := \frac{-1}{2} \cdot J_R \cdot \left(\omega r_{cdp_0}\right)^2 \qquad \Delta E_{ch} = -7.168 \times 10^{-8}\ joule$

Pourcentage de l'énergie totale transmise à la roue d'échappement

$\Delta E_{tot} := C_r \cdot \left(\Delta\alpha_p + \Delta\alpha_d + \Delta\alpha_{ch}\right) \qquad \Delta E_{tot} = 4.791 \times 10^{-7}\ joule \qquad \frac{\left|\Delta E_{ch}\right|}{\Delta E_{tot}} = 14.963\,\%$